SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2017
MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN
MATEMATIKA

BAB IX

LOGIKA MATEMATIKA

Dr. Djadir, M.Pd.
Dr. Ilham Minggi, M.Si
Ja'faruddin,S.Pd.,M.Pd.
Ahmad Zaki, S.Si.,M.Si
Sahlan Sidjara, S.Si.,M.Si

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
2017

LOGIKA MATEMATIKA

A. Kompetensi Inti

Menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.

B. Kompetensi Inti

Peserta dapat mengunakan logika matematika dalam menarik kesimpulan.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi jenis-jenis pernyataan majemuk: konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi
2. Memahami jenis-jenis pernyataan majemuk: konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi
3. Mengidentifikasi ingkaran dan kesetaraan dari pernyataan majemuk berkuantor.
4. Memahami Ingkaran dan Kesetaraan dari pernyataan majemuk berkuantor
5. Mengidentifikasi prinsip-prinsip silogisme.
6. Memahami prinsip-prinsip silogisme.
7. Menerapkan prinsip-prinsip silogisme dalam menarik kesimpulan.

D. Uraian Materi

1. Menentukan penarikan kesimpulan dari *beberapa* premis.

Pernyataan adalah kalimat yang memiliki nilai benar saja atau salah saja, tetapi tidak kedua–duanya, ingkaran/negasi$p$ dilambangkan $\sim p$ dibaca tidak benar bahwa p. Jadi apabila penyataan p bernilai benar maka ingkarannya bernilai salah begitupun sebaliknya. Berikut ini merupakan jenis-jenis dari pernyataan majemuk:

a. Konjungsi $(p \wedge q, dibaca{:}\, p\ dan\ q)$
b. Disjungsi $(p \vee q, dibaca{:}\, p\ atau\ q)$
c. Implikasi $(p \Rightarrow q, dibaca{:}\, jika\ p\ maka\ q)$
d. Biimplikasi $(p \Leftrightarrow q, dibaca{:}\, p\ jika\ dan\ hanya\ jika\ q)$

a. Konjungsi

Konjungsi dari pernyataan$p$ dan q ($p \wedge q$: dibaca *p* dan *q*) bernilai benar ketika p dan q keduanya bernilai benar.

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari pernyataan majemuk konjungsi

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Kata-kata yang membentuk konjungsi selain kata dan adalah meskipun, tetapi, sedangkan, padahal, yang, juga, walaupun, dan lain-lain

Contoh:

1). Tentukan kebenaran dari kalimat "$2 + 6 = 8$ walaupun Makassar bukan ibukota provisi sulawesi selatan"

Jawab:

$p: 2 + 6 = 8$ (B)

q: Makassar bukan ibu kota provinsi sulawesi selatan (S)

Jadi, kalimat "2+6=8 walaupun Makassar bukan ibukota provisi sulawesi selatan" berdasarkan tabel kebenaran bernilai salah.

Catatan: Pada suatu pernyataan majemuk, kedua pernyataan tunggal boleh tidak memiliki hubungan.

2. Tentukan nilai $y \in \mathbb{R}$ agar kalimat "$(3y + 1 = 7)$ dan 3 adalah bilangan prima" bernilai

a. Benar

b. Salah

Jawab:

$$p(y): 3y + 1 = 7$$

q : 3 adalah bilangan prima (B)

Karena pernyataan q merupakan pernyataan yang benar maka agar kalimat $p(y) \wedge q$ bernilaibenar haruslah pernyataan $p(y)$ bernilai benar dan hal tersebut tercapai ketika $y = 2$ dan bernilai salah ketika $y \neq 2$ Dengan demikian

y	$p(y)$	q	$p \wedge q$
$y = 2$	B	B	B
$y \neq 2$	S	B	S

b. Disjungsi

Jika pernyataan p dan q dihubungkn dengan kata hubung “atau” maka pernyataan p atau

Disjungsi dari pernyataan$p$ dan q ($p \vee q$: dibaca p atau$q$) bernilai benar ketika salah satu dari p dan q bernilai benar.

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari pernyataan majemuk disjungsi

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Contoh:

Tentukan nilai $x \in \mathbb{R}$ agar kalimat “Soeharto adalah presiden ke-4 RI atau $x + 5 = 7$” bernilai salah!

Jawab:

p :Soeharto adalah presiden ke-4 RI (S)

$$q(x) : x + 5 = 8$$

Karena pernyataan p merupakan pernyataan yang salah maka agar kalimat $p \wedge q(x)$ bernilai salah haruslah pernyataan $q(x)$ bernilai salah dan hal tersebut tercapai ketika $x \neq 3$ dan bernilai salah ketika $x \neq 3$ Dengan demikian

y	p	$q(x)$	$p \vee q$
$x = 3$	S	B	B
$x \neq 3$	S	S	S

c. Implikasi

Implikasi dari pernyataan$p$ dan$q$ ($p \Rightarrow q$: dibaca p maka$q$) bernilai salah hanya ketika pernyataan p bernilai benar dan q bernilai salah.

Tabel kebenaran dari suatu pernyataan implikasi adalah sebagai berikut:

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Pada suatu implikasi $p \Rightarrow q$ tidak diharuskan adanya hubungan antara pernyataan p dan$q$

Contoh:

1. Jika 7 merupakan bilangan genap maka hari akan hujan.
2. Jika pelangi terlihat maka Ani ke pasar.

d. Biimplikasi

Biimplikasi dari pernyataan$p$ dan$q$ ($p \Leftrightarrow q$: dibaca p jika dan hanya jika$q$) bernilai benar hanya ketika pernyataan p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama.

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari Biimpilasi

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

2. Menentukan ingkaran atau kesetaraan dari pernyataan majemuk atau pernyataan *berkuantor.*

Jenis Kuantor:

Kuantor	Penulisan	Cara Baca
Universal	$\forall x, P(x)$	Untuk semua x berlaku P(x)
Eksistensial	$\exists x, P(x)$	Ada beberapa x berlakulah P(x)

Ingkaran Kuantor

Ingkaran Kuantor	Cara Baca
$\sim(\forall x, P(x)) \cong \exists x, \sim P(x)$	Ada beberapa x bukan P(x)
$\sim(\exists x, P(x)) \cong \forall x, \sim P(x)$	Semua x bukan P(x)

Contoh Soal

1. Ingkaran dari pernyataan “Semua anak-anak suka permen.” Adalah …

   a. Tidak ada anak-anak yang suka permen.

   b. Semua anak-anak tidak suka permen.

   c. Ada anak-anak yang tidak suka permen.

   d. Tidak ada anak-anak yang tidak suka permen.

   Jawab:

   C. Ada anak-anak yang tidak suka permen

2. Negasi dari pernyataan “Hari ini tidak hujan dan saya tidak membawa payung” adalah

   a. Hari ini hujan tetapi saya tidak membawa payung

   b. Hari ini tidak hujan tetapi saya membawa payung

   c. Hari ini tidak hujan atau saya tidak membawa payung

   d. Hari ini hujan atau saya membawa payung

   Jawab:

   d. Hari ini hujan atau saya membawa payung

3. Jenis-jenis Penarikan kesimpulan.

Berikut ini merupakan tabel kebenaran dari pernyataan majemuk konjungsi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q)$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	B	S
S	B	B	S	B	B	S
S	S	B	B	S	B	B

Tabel Kebenaran Pernyataan majemuk:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$\sim p \vee q$ "bukan atau"
B	B	S	S	B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	S	S	S	S
S	B	B	S	S	B	B	S	S	B
S	S	B	B	S	S	B	B	B	B

ekivalen

ekivalen

Tabel Kebenaran Ingkaran Pernyataan majemuk:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \vee q$	$\sim p \wedge \sim q$
B	B	S	S	B	S	B	S
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	S	B	B	S
S	S	B	B	S	B	S	B

negasi negasi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$ "dan tidak"	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
B	B	S	S	B	S	B	S
B	S	S	B	S	B	S	B
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	S	B	S

negasi negasi

Tabel Kebenaran implikasi:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Senilai/ekivalen

Senilai/ekivalen

Pernyataan Senilai dengan implikasi:

$(p \Rightarrow q) \cong (\sim p \vee q)$"bukan atau"

$(p \Rightarrow q) \cong (\sim q \Rightarrow \sim p)$"kontraposisi"

Pernyataan senilai dengan ingkaran implikasi

$$\sim(p \Rightarrow q) \cong (p \wedge \sim q)$$

Cara Penarikan Kesimpulan dari dua premis:

1. Modus Ponens

   Premis 1 $\quad : p \Rightarrow q$

   Premis 2 $\quad : p$

   $\therefore$ Kesimpulan $: \quad q$

2. Modus Tollens

   Premis 1 $\quad : p \Rightarrow q$

   Premis 2 $\quad : \quad \sim q$

   $\therefore$ Kesimpulan $: \sim p$

3. Silogisme

   Premis 1 $\quad : p \Rightarrow q$

   Premis 2 $\quad : q \Rightarrow r$

   $\therefore$ Kesimpulan $: p \Rightarrow r$

Contoh:

1. *Wawan rajin belajar maka naik kelas*

   Wawan dapat hadiah atau tidak naik kelas

   Wawan rajin belajar

   Kesimpulan yang sah adalah…

   A. Wawan dapat Hadiah

   B. Wawan tidak dapat hadiah

   C. Wawan naik kelas dan dapat hadiah

   D. Wawan dapat hadiah atau naik kelas.

   Jawaban:

   Misalkan

   p: Wawan rajin belajar.

   q: Wawan naik kelas.

   r: Wawan dapat hadiah.

   Jadi diperoleh

   P1: $p \Longrightarrow q$

   P2: $r \vee \sim q \cong (\sim r \Longrightarrow \sim q) \cong q \Longrightarrow r$

   P3: p

   Perhatikan bahwa $p \Longrightarrow q$ dan dilain pihak, $r \vee \sim q \cong (\sim r \Longrightarrow \sim q) \cong q \Longrightarrow r$

   Jadi diperoleh $p \Longrightarrow q$ dan $q \Longrightarrow r$, dengan demikian berdasarkan silogisme haruslah $p \Longrightarrow r$ jadi kesimpulan jawabannya adalah A. wawan dapat hadiah.

2. Diketahui premis-premis sebagai berikut :

   Premis I : “Jika Anto lulus ujian maka saya diajak kebandung.”

   Premis II :” Saya tidak diajak kebandung.”

   Kesimpulan yang sah dari premis-premis tersebut adalah…..

   A. Jika saya tidak pergi ke Lembang maka Anto lulus ujian.

   B. Jika Anto Lulus Ujian maka saya pergi ke Lembang.

   C. Anto lulus ujian dan saya pergi ke Lembang.

   D.Anto tidak lulus ujian.

   Jawaban:

   p: Anto lulus ujian.

q: Saya diajak kebandung.

Jadi diperoleh

P1: $p \Longrightarrow q$

P2: $\sim q$

Dengan demikian, berdasarkan Modus Tollens, kesimpulannya haruslah $\sim p$ yaitu Anto tidak lulus ujian, jawaban D.

Daftar Pustaka

Bittinger, L, Marvil (1982). *Logic, Proof and Sets (Second Edition).*Indiana: Indiana University.

M, Theresia dan H, Tirta Seputro (1989). *Pengantar Dasar Matematika (Logika dan Teori Himpunan)*. Jakarta: P2LPTK.

Larsen, Max D and Fejfar, L James (1974). *Essentials of Elementary School Mathematics*. London: Academic Press. Inc.