

SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2017
MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN
MATEMATIKA

BAB VII
PROGRAM LINEAR



Dr. Djadir, M.Pd.
Dr. Ilham Minggu, M.Pd.
Ja'faruddin, S.Pd.,M.Pd.
Ahmad Zaki, S.Si, M.Si.
Sahlan Sidjara , S.Si.,M.Si.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
2017

PROGRAM LINEAR

A. Kompetensi Inti Guru (KI)

Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu

B. Kompetensi Guru Mata Pelajaran

Menggunakan Konsep-Konsep Aljabar.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Menyelesaikan masalah Program Linear

D. Uraian Materi Pembelajaran

1. Sistem Persamaan Linear.

Sistem persamaan linear adalah kumpulan dari lebih dari satu persamaan linear yang dapat membentuk terhingga banyaknya solusi, tak hingga banyaknya solusi atau tidak mempunyai solusi. Berikut ini adalah bentuk umum dari sistem persamaan linear dengan dua variabel:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Sedangkan bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Penyelesaian dari sistem persamaan linear (SPL) yang melibatkan dua variabel atau tiga variabel dapat dilakukan dengan salah satu metode atau gabungan metode berikut:

- Metode grafik, jika SPL tersebut mempunyai terhingga penyelesaian, maka hasil penyelesaian adalah koordinat dari perpotongan dari kedua garis tersebut
- Metode Substitusi, dengan cara mendefinisikan salah satu variabel yang ada dalam salah satu persamaan kemudian mengganti variabel yang telah didefinisikan tersebut pada persamaan linear yang lain

- c. Metode Eliminasi, dengan melakukan operasi penjumlahan atau pengurangan pada kedua persamaan linear dengan tujuan menghilangkan (mengeliminasi) salah satu variabel yang koefisiennya sama atau telah disamakan.
- d. Metode gabungan eliminasi dan substitusi dengan cara menggabungkan melakukan eliminasi terlebih dahulu, kemudian melanjutkan dengan melakukan substitusi atau sebaliknya.
- e. Metode determinan matriks yaitu dengan menggunakan rumus determinan matriks untuk menentukan nilai dari variabel x, y dan z

Catatan: Penyelesaian SPL tiga variabel adalah dengan mengubah bentuk SPL tiga variabel menjadi bentuk SPL dua variabel melalui eliminasi salah satu variabel lalu di lanjutkan dengan substitusi dua variabel pada SPL dua variabel yang dihasilkan ke salah satu persamaan linear tiga variabel.

Contoh Soal

- 1). Pak Baco bekerja selama 6 hari dengan 4 hari di antaranya lembur mendapat upah Rp. 74.000,00. Pak Dullah bekerja selama 5 hari dengan 2 hari di antaranya lembur mendapat upah Rp. 55.000,00. Pak Baco, Pak Dullah, dan Pak Budi bekerja dengan aturan upah yang sama. Jika Pak Budi bekerja 4 hari dengan terus menerus lembur, maka upah yang akan diperoleh adalah...
- A. Rp. 36.000,00.
 - B. Rp. 46.000,00.
 - C. Rp. 56.000,00.
 - D. Rp. 60.000,00.
 - E. Rp. 70.000,00.

Penyelesaian:

Misalkan upah untuk hari kerja adalah x dan upah untuk lembur adalah y, sehingga

Misalkan

Upah Pak Baco : $2x+4y=74.000$

Upah Pak Dullah : $3x+2y=55.000$

Upah Pak Budi : $4y=?$

Dengan menggunakan gabungan eliminasi dan substitusi:

$$2x+4y=74.000 \quad (1)$$

$$3x+2y=55.000 \quad (2)$$

Persamaan 1 dikali 1 dan persamaan 2 di kali 2 (untuk menyamakan koefisien y)

Sehingga

$$2x+4y= 74.000$$

$$6x+4y=110.000 \quad -$$

$$-4x = -36.000$$

$$x = 9.000$$

Substitusi x pada persamaan (1) didapatkan $(2).(9000)+4y=74.000$ atau $y=14.000$

Sehingga upah pak Budi adalah $(4).(14.000)=Rp.56.000$. **(C)**

2). Umur pak Andi 28 tahun lebih tua dari umur Amira. Umur bu Andi 6 tahun lebih muda dari umur pak Andi. Jika jumlah umur pak Andi, bu Andi, dan Amira 119 tahun, maka jumlah umur Amira dan bu Andi adalah tahun

A. 86

D. 64

B. 74

E. 58

C. 68

Jawab

Misalkan Umur Pak Andi= x , umur Amira= y dan umur Ibu Andi= z

$$x=28+y \quad (1)$$

$$z=x-6; \text{ atau } x=z+6 \quad (2)$$

$$x+y+z=119 \quad (3)$$

dengan melakukan operasi penjumlahan (1) pada (2) didapatkan

$$2x=y+z+34 \text{ atau } 2x-y-z=34 \quad (4)$$

Lakukakn operasi penambahan (3) pada (4) atau

$$x+y+z=119$$

$$2x - y - z = 34$$

$$3x = 153$$

Atau

$$x = 51$$

Dengan melakukan substitusi x pada (1) dan (2) didapatkan

$$y = 23; z = 45$$

Sehingga

jumlah umur Amira (y) dan bu Andi (z) adalah $y + z = 23 + 45 = 68$

2. PROGRAM LINIER

a. Menyelesaikan masalah program linear

Program linear adalah suatu metode yang digunakan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan optimasi linear (nilai maksimum dan nilai minimum)

Program linear tidak lepas dengan sistem pertidaksamaan linear. Khususnya pada tingkat sekolah menengah, sistem pertidaksamaan linear yang dimaksud adalah sistem pertidaksamaan linear dua variabel.

b. Daerah himpunan penyelesaian

penyelesaian program linear sangat terkait dengan kemampuan melakukan sketsa daerah himpunan penyelesaian sistem.

Berikut ini adalah teknik menentukan daerah himpunan penyelesaian

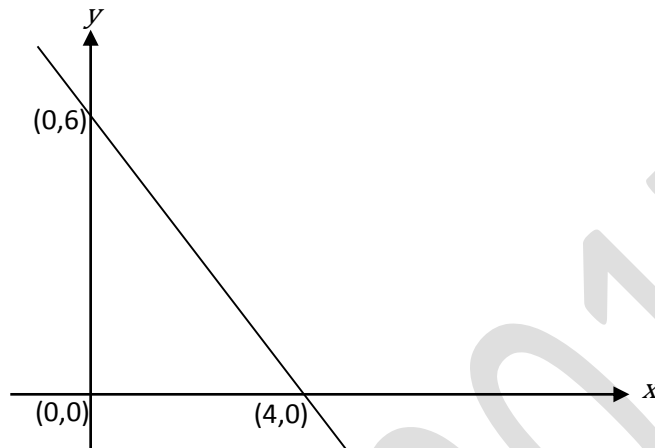
- 1) Buat sumbu koordinat kartesius
- 2) Tentukan titik potong pada sumbu x dan y dari semua persamaan-persamaan linearnya.
- 3) Sketsa grafiknya dengan menghubungkan antara titik-titik potongnya.
- 4) Pilih satu titik uji yang berada di luar garis.
- 5) Substitusikan pada persamaan
- 6) Tentukan daerah yang dimaksud

Contoh

1). Buatlah Grafik himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear $3x + 2y \geq 12$

$$3x + 2y = 12$$

X	Y	(x,y)
0	6	(0,6)
4	0	(4,0)



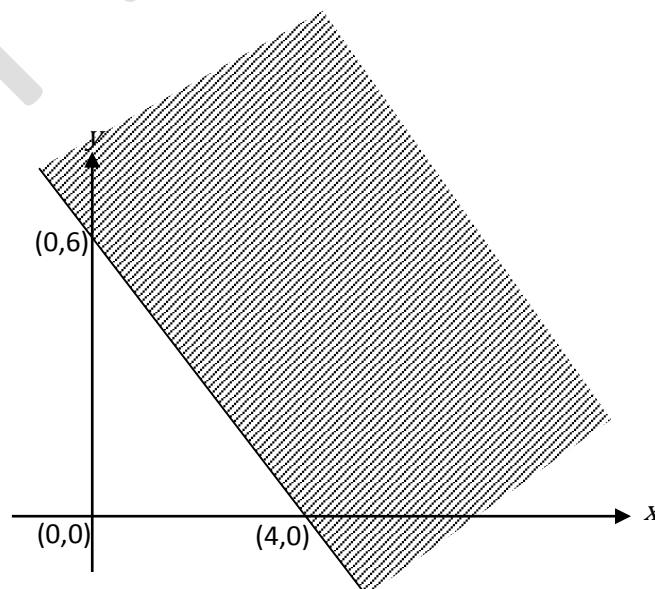
Titik uji O (0,0)

$$\begin{aligned} 3x + 2y &\geq 12 \\ 3(0) + 2(0) &\geq 12 \\ 0 &\geq 12 \text{ (salah)} \end{aligned}$$

x

Dengan demikian titik (0,0) bukan termasuk dalam daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan tersebut, sehingga daerah himpunan penyelesaian adalah sebelah atas dari garis $3x + 2y = 12$

Dengan demikian daerah pertidaksamaannya adalah



2). Sketsa daerah himpunan penyelesaian system pertidaksamaan linear

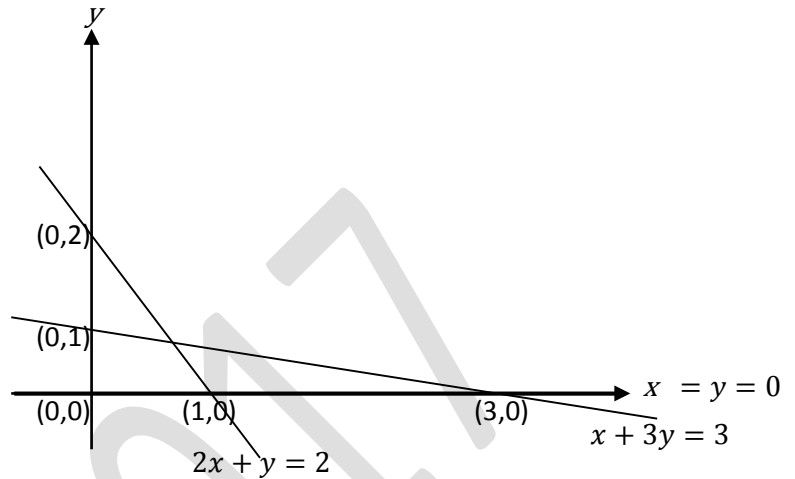
$$x + 3y \leq 3, 2x + y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0!$$

$$x + 3y = 3$$

x	Y	(x,y)
0	1	(0,1)
3	0	(3,0)

$$2x + y = 2$$

x	Y	(x,y)
0	2	(0,2)
1	0	(1,0)



$y=0$ atau sepanjang sumbu x

titik uji adalah (3,2)

(a) diuji pada $x + 3y \leq 3,$

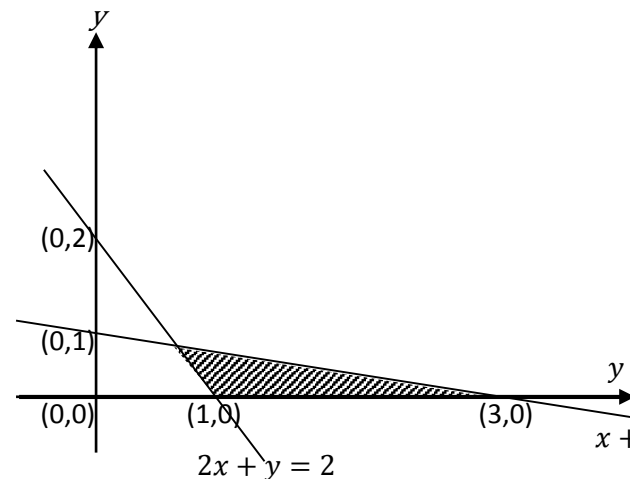
didapatkan $3 + 3.2 = 9 \leq 3,$ (salah)

sehingga daerah himpunan penyelesaian adalah sebelah atas dari garis $x + 3y = 3$

diuji pada $x + 3y \leq 3,$

didapatkan $3 + 3.2 = 9 \leq 3,$ (salah)

sehingga daerah himpunan penyelesaian adalah sebelah bawah dari garis $x + 3y = 3$



(b) diuji pada $2x + y \geq 2,$

didapatkan $2.3 + 2 = 8 > 3,$ (benar)

sehingga daerah himpunan penyelesaian
adalah sebelah atas dari garis $2x + y = 2$

(c) titik (3,2) terletak diatas garis $y=0$
sehingga daerahnya diatas sumbu x

gambar disamping adalah gambar dari daerah himpunan penyelesaian dari sistem tersebut.

3. Model Matematika

Program linear juga membutuhkan kemampuan untuk mengubah bahasa cerita menjadi bahasa matematika atau model matematika. Model matematika adalah bentuk penalaran manusia dalam menerjemahkan permasalahan menjadi bentuk matematika (dimisalkan dalam variabel x dan y) sehingga dapat diselesaikan.

Berikut ini adalah latihan untuk mengubah soal cerita menjadi model matematika

- 1) Sebuah area parkir dengan luas 3.750 m^2 , maksimal hanya dapat ditempati 300 kendaraan yang terdiri atas sedan dan bus. Jika luas parkir untuk sedan 5 m^2 dan bus 15 m^2 , tentukanlah model matematikanya!

Jawab:

Misalkan:

x = banyaknya sedan

y = banyaknya bus

	Sedan (x)	Bus (y)	Total	Pertidaksamaan Linear
Banyak kendaraan	1	1	300	$x + y \leq 300$
Luas kendaraan	5	15	3750	$5x + 15y \leq 3750$

Jadi berdasarkan pertidaksamaan tersebut, model matematikanya adalah:

Untuk banyaknya kendaraan : $x + y \leq 300$

Untuk luas kendaraan : $5x + 15y \leq 3750$; disederhanakan menjadi
 $x + 3y \leq 750$

Banyaknya sedan (x) tidak mungkin negatif: $x \geq 0$

Banyaknya Bus (y) tidak mungkin negatif : $y \geq 0$

Contoh berikutnya adalah penyelesaian program linear secara utuh dengan menggunakan kemampuan yang telah dikemukakan sebelumnya.

- 2) Sebuah pesawat udara berkapasitas tempat duduk tidak lebih dari 48 penumpang. Setiap penumpang kelas utama boleh membawa bagasi 60 kg dan kelas ekonomi hanya 20 kg. Pesawat hanya dapat menampung bagasi 1.440 kg. Jika harga tiket kelas utama Rp600.000,00 dan kelas ekonomi Rp400.000,00, pendapatan maksimum yang diperoleh adalah....

Jawab:

Misalkan:

x = banyaknya penumpang kelas utama

y = banyaknya penumpang kelas ekonomi

	x	y	Total	Pertidaksamaan Linear
Total penumpang	1	1	48	$x + y \leq 48$
Berat bagasi	60	20	1.440	$60x + 20y \leq 1.440$
Pendapatan maksimum	600.000	400.000	z	$600.000x + 400.000y = z$

Jadi berdasarkan pertidaksamaan tersebut, model matematikanya adalah:

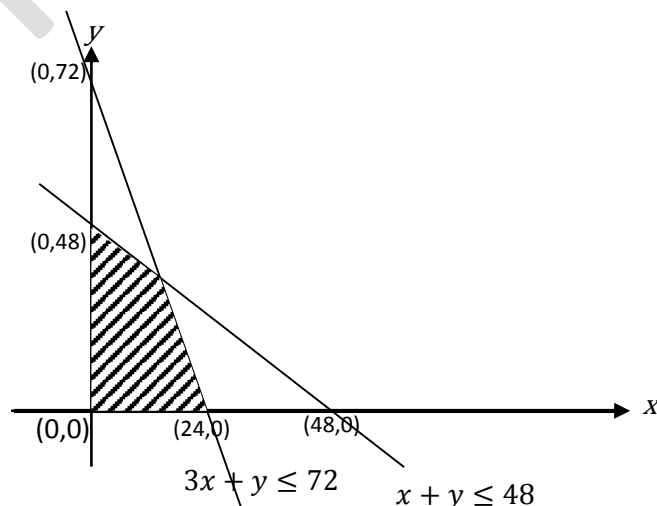
Total penumpang : $x + y \leq 48$

Berat bagasi : $60x + 20y \leq 1.440$; disederhanakan menjadi
 $3x + y \leq 72$

Banyaknya penumpang di kelas utama (x) tidak mungkin negatif : $x \geq 0$

Banyaknya penumpang di kelas ekonomi (y) tidak mungkin negatif : $y \geq 0$

Gambar daerah himpunan penyelesaian



Menentukan titik-titik sudutnya

- Perpotongan garis-garis $x + y = 48$ dan $3x + y = 72$
Dengan melakukan teknik eliminasi dan substitusi didapatkan $x=12$; $y=36$ atau $(12,36)$
- Titik-titik sudut yang lain adalah $(0,0)$; $(24,0)$; dan $(0,48)$

Menguji titik-titik sudutnya:

- Untuk $(12,36)$ disubstitusi ke fungsi objektifnya:
$$(600.000).12 + (400.000).36 = 7.200.000 + 14.400.000 = 21.600.000$$
- Untuk $(24,0)$ disubstitusi ke fungsi objektifnya:
$$(600.000).24 + (400.000).0 = 14.400.000 + 0 = 14.400.000$$
- Untuk $(0,48)$ disubstitusi ke fungsi objektifnya:
$$(600.000).0 + (400.000).48 = 0 + 19.200.000 = 19.200.000$$

Dengan demikian pendapatan maksimum diperoleh jika banyaknya penumpang pada kelas utama adalah 12 dan banyaknya penumpang pada kelas ekonomi adalah 36 dengan keuntungan: Rp. 21.600.000

Daftar Pustaka

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPA. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPS Gabungan. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.

Kusrini dkk. 2012. Matematika: Modul Pendidikan dan Latihan Profesi Guru Universitas Negeri Makassar: Makassar, PSG rayon 124 UNM Makassar.

Sersasih. Alat Ukur Teknik. 23 Juli 2014.).
<https://sersasih.wordpress.com/2012/01/09/alat-ukur-teknik/>

Sumardiyono dkk. 2016. Modul Pelatihan Matematika SMA. PPPPTK: Yogyakarta.

PLPG 2017